

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1.- (a) (1 punto) Enuncie el *teorema del valor medio de Lagrange*.

(b) (1'5 puntos) Aplicando a la función $f(x) = x^3 + 2x$ el anterior teorema, pruebe que cualesquiera que sean los números reales $a < b$ se cumple la desigualdad $a - b < b^3 - a^3$.

2.- (a) (0'5 puntos) Diga cuándo una función $F(x)$ es una primitiva de otra función $f(x)$.

(b) (0'5 puntos) Diga cómo puede comprobarse, sin necesidad de hacer derivadas, si dos funciones $F(x)$ y $G(x)$ son primitivas de una misma función.

(c) (1'5 puntos) Diga, razonando la respuesta, si las funciones

$$F(x) = \frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x} \quad \text{y} \quad G(x) = \frac{1 - \operatorname{sen}^2 x}{\cos x \cdot \operatorname{sen} x}$$

son primitivas de una misma función.

3.- Resuelva la ecuación matricial $AX + 2B = C$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

4.- (a) (1 punto) Calcule las ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por los puntos $A = (0, 1, 1)$ y $B = (1, 1, -1)$.

(b) (1'5 puntos) Calcule todos los puntos de la recta r que equidistan de los planos $\Pi_1 \equiv x + y = -2$ y $\Pi_2 \equiv x - z = 1$.

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN B

1.- (a) (1 punto) Estudie el dominio de definición y las asíntotas de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}.$$

(b) (0'75 puntos) Estudie si la gráfica de la función $f(x)$ corta a alguna asíntota oblicua suya.

(c) (0'75 puntos) Represente, aproximadamente, la gráfica de $f(x)$ utilizando los valores $f(1)$ y $f(3)$, y los datos obtenidos en los apartados (a) y (b).

2.- Calcule la siguiente integral definida de una función racional:

$$\int_{1+\sqrt{2}}^{1+\sqrt{5}} \frac{x-1}{x^2-2x} dx.$$

3.- Determine el rango de la matriz A según los valores de b :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & b+2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ b+1 & 1 & b \end{pmatrix}.$$

4.- Sean \vec{e} , \vec{u} y \vec{v} vectores en \mathbb{R}^3 tales que $\vec{e} \times \vec{u} = (1, 0, -1)$, $\vec{v} \times \vec{e} = (0, 1, 1)$.

(a) (0'75 puntos) Calcule el vector $(\vec{e} \times \vec{u}) \times (\vec{v} \times \vec{e})$.

(b) (1'75 puntos) Calcule el vector $\vec{w} = \vec{e} \times (2\vec{u} - \vec{e} + 3\vec{v})$.